

**Guía de Apoyo y Repaso
Para estudiantes promovidos a
Quinto Año
Año Escolar: 2020 - 2021**

**Material Recopilado y Adaptado con fines pedagógicos por:
Prof. Edgar J. Rodríguez
Julio – 2020**

INDICE

| | | |
|--------|--|--------|
| Obj. 0 | Nivelación. | Pág.4 |
| | Racionalización Funciones Sistemas de ecuaciones Teorema de Pitágoras | |
| Obj. 1 | Funciones reales notables | Pág.6 |
| | Dominio Rango Representación grafica | |
| Obj. 2 | Función exponencial | Pág.7 |
| | Estudio, características y gráfica Ecuaciones exponenciales: igualación de base Ecuaciones exponenciales: cambio de variable | |
| Obj. 3 | Función logarítmica | Pág.9 |
| | Estudio, características y gráfica Propiedades de los logaritmos Logaritmos decimales: operaciones | |
| Obj. 4 | Trigonometría | Pág.12 |
| | Sistemas de medidas de ángulos Funciones Trigonométricas Circulo trigonométrico Resolución de triángulos rectángulos: aplicaciones Ley del seno y ley del coseno | |
| Obj. 5 | Progresiones | Pág.18 |
| | Progresiones aritméticas Progresiones geométricas Aplicaciones | |

AL ESTUDIANTE

Este material tipo problemario no es, en modo alguno un libro de texto. Es una guía para orientar a los alumnos que inician el curso de 5to año y ha sido concebido para facilitar, en parte, la transición entre el Bachillerato y la Universidad.

El material está estructurado con parte los tejidos temáticos contemplados en el programa de articulación del cuarto año de educación media general y técnica

El objetivo cero (0) contiene un repaso de las herramientas matemáticas que se han visto en años anteriores y que servirán de base para el entendimiento del contenido programático.

Obj. 0 Nivelación

1. Complete el cuadro utilizando el símbolo \in o \notin según convenga.

| | N | Z | Q | I | R* | R ⁺ | R ⁻ | R |
|---------------|---|---|---|---|----|----------------|----------------|---|
| -3 | | | | | | | | |
| 0 | | | | | | | | |
| 2,6 | | | | | | | | |
| π | | | | | | | | |
| 4,1025... | | | | | | | | |
| 0,34545.. | | | | | | | | |
| -1,567... | | | | | | | | |
| $\frac{9}{3}$ | | | | | | | | |

Efectúa las siguientes adiciones con aproximación de tres cifras decimales:

- 2) $4,233... + 0,899...$ 3) $3,8257... + 0,222..$.4) $4,755.. + 8,3$ 5) $0,43 + 9,7675$
 6) $3,246 + 0,081 + 1,37$

Efectúa las siguientes operaciones indicando el resultado con dos decimales:

- 7) $(0,243) \cdot (3/8)$ 8) $(6,98) \cdot (5,325)$ 9) $\sqrt{2} \cdot 3,8$ 10) $1,624 \cdot (3/7)$ 11) $(6,2) \cdot (-0,37)$

Calcula las siguientes potencias con aproximaciones de cuatro cifras decimales:

- 12) $(0,8)^3$ 13) $(0,17)^2$ 14) $(0,65)^3$ 15) $(0,025)^2$ 16) $(5,8)^3$

Racionaliza:

17) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 18) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ 19) $\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt{12}}$ 20) $\frac{1}{\sqrt{a^3}}$ 21) $\frac{12}{\sqrt{8}}$ 22) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-5}$

23) $\frac{4}{3+\sqrt{2}}$ 24) $\frac{4}{3-\sqrt{2}}$ 25) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ 26) $\frac{7}{\sqrt{3}-2\sqrt{5}}$

Grafica las siguientes funciones:

27) $f(x) = 2x - 3$ 28) $f(x) = 3x - \frac{1}{2}$ 29) $f(x) = x^2 + x + 1$ 30) $x^2 - x - 2$

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método que desees:

$$31) \begin{cases} y+1=3x \\ 5x+9=3y \end{cases}$$

$$32) \begin{cases} 9x-4y=1 \\ 6x+12y=8 \end{cases}$$

$$33) \begin{cases} x+y=1,3 \\ x-y=0,5 \end{cases}$$

$$34) \begin{cases} \frac{3x}{4} + \frac{4y}{5} = 21 \\ \frac{2x}{3} + \frac{3y}{5} = 17 \end{cases}$$

$$35) \begin{cases} \frac{x+2y}{3} - \frac{1-y}{2} = 5 \\ \frac{x+y+1}{5} + \frac{2x-y}{3} = 5 \end{cases}$$

Halla el tercer lado de cada uno de los triángulos rectángulos siguientes:

36) cateto = 3 cateto = 4 hipotenusa = ζ ? 37) cateto = ζ ? cateto = 6 hipotenusa = 10

38) cateto = 9 cateto = ζ ? hipotenusa = 16 39) cateto = 8 cateto = 6 hipotenusa = ζ ?

40) cateto = ζ ? cateto = 10 hipotenusa = 15 41) cateto = 14 cateto = ζ ? hipotenusa = 25

42) cateto = ζ ? cateto = 12 hipotenusa = 16 43) cateto = $\sqrt{2}$ cateto = 1 hipotenusa = ζ ?

44) cateto = $\sqrt{3}$ cateto = $\sqrt{3}$ hipotenusa = ζ ? 45) cateto = 1 cateto = 1,5 hipotenusa = ζ ?

Respuestas de los ejercicios del obj. 0

| | | | | | |
|----------------------------|--|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------|
| 2) 5,132 | 3) 4,048 | 4) 13,055 | 5) 10,198 | 6) 4,697 | 7) 0,09 |
| 8) 37,17 | 9) 5,37 | 10) 0,70 | 11) -2,29 | 12) 0,5120 | 13) 0,0289 |
| 14) 0,2746 | 15) 0,0006 | 16) 195,1120 | 17) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | 18) $2\sqrt{2}$ | 19) $\sqrt[3]{972}/6$ |
| 20) $\frac{\sqrt{a}}{a^2}$ | 21) $3\sqrt{2}$ | 22) $\frac{2+5\sqrt{2}}{-23}$ | 23) $\frac{12-4\sqrt{2}}{7}$ | 24) $\frac{12+4\sqrt{2}}{7}$ | |
| 25) $-\sqrt{2} + \sqrt{3}$ | 26) $\frac{7\sqrt{3}+14\sqrt{5}}{-17}$ | 31) 3 y 8 | 32) 1/3 y 1/2 | 33) 0.4 y 0.9 | |
| 34) 12 y 15 | 35) 6 y 3 | 36) 5 | 37) 8 | 38) $5\sqrt{7}$ | 39) 10 40) $5\sqrt{5}$ |
| 41) $\sqrt{429}$ | 42) $4\sqrt{7}$ | 43) $\sqrt{3}$ | 44) $\sqrt{6}$ | 45) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ | |

Obj. 1 Funciones reales

Determine los valores de la función que se piden en cada uno de los siguientes ejercicios:

- | | | | |
|--|----------------------|------------------|---|
| 1) $f(x) = -\sqrt{x^2 + 1}$ | determine: $f(0)$, | $f(2\sqrt{2})$, | $f(-3)$ |
| 2) $f(y) = y^3 - y^2$ | determine: $f(-2)$, | $f(1)$, | $f(5)$ |
| 3) $f(z) = \sqrt[3]{10z}$ | determine: $f(-80)$ | $f(2,7)$ | $f(4/5)$ |
| 4) $f(t) = 2t - \sqrt{t}$ | determine; $f(4)$ | $f(0)$ | $f(9)$ |
| 5) $f(x) = + \sqrt{\frac{x}{x^2 + 1}}$ | determine: $f(0)$ | $f(\sqrt{3})$ | $f(1/x)$ |
| 6) $f(x) = + \sqrt{2x - 3}$ | determine: $f(6)$ | $f(21/8)$ | $f\left(\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6\right)$ |
| 7) $f(u) = 2^u$ | determine: $f(0)$ | $f(-2)$ | $f(3)$ |
| 8) $f(t) = 3^{2-t}$ | determine: $f(3)$ | $f(-1)$ | $f(2)$ |
| 9) $f(x) = x^x$ | determine: $f(2)$ | $f(-2)$ | $f(1/4)$ |
| 10) $f(y) = y^2 - 2y + 1$ | determine: $f(a)$ | $f(y+1)$ | $f(\sqrt{a})$ |

Determine el dominio de cada una de las siguientes funciones:

- | | | | |
|--|--|---|--|
| 11) $f(x) = x^2 - 3x + 2$ | 12) $f(y) = \frac{1}{y+1}$ | 13) $g(z) = \sqrt{4z+1}$ | 14) $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ |
| 15) $f(t) = \sqrt{-t}$ | 16) $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ | 17) $g(x) = \sqrt{2x^2 - 8}$ | 18) $f(y) = \frac{1}{3y-4}$ |
| 19) $f(z) = \frac{2+3z}{\sqrt[3]{z}}$ | 20) $f(t) = \sqrt[3]{2t+2}$ | 21) $f(x) = \frac{9X-2}{X^2+3X-18}$ | 22) $f(x) = \frac{-\sqrt{x-4}}{x-6}$ |
| 23) $g(x) = \frac{+\sqrt{x+3}}{x+7}$ | 24) $g(x) = \frac{+\sqrt{8-x}}{x+3}$ | 25) $f(x) = \frac{+\sqrt{4-x}}{x-4}$ | 26) $g(x) = \frac{6x^2}{7} - \frac{x}{14} + 1$ |
| 27) $f(x) = \frac{-\sqrt{x+3}}{x^2-8x+12}$ | 28) $f(x) = \frac{+\sqrt{x}}{x^2+5x-14}$ | 29) $f(x) = \frac{-\sqrt{3x-2}}{3x^2-4x+1}$ | |
| 30) $g(x) = \frac{\sqrt[3]{4x-3}}{x^2+10x-24}$ | | | |

Respuestas de los ejercicios del obj. 1

- 1) $-1, -3, -\sqrt{10}$ 2) $-12, 0, 100$ 3) $-2\sqrt[3]{100}, 3, 2$ 4) $6, 0, 15$ 5) $0, \frac{\sqrt[4]{3}}{2}, \sqrt{\frac{x}{x^2+1}}$
- 6) $3, 3/2, x+3$ 7) $1, 1/4, 8$ 8) $1/3, 27, 1$ 9) $4, 1/4, \frac{\sqrt{2}}{2}$ 10) $a^2 - 2a + 1; y^2; a - 2\sqrt{a} + 1$
- 11) \mathbb{R} 12) $\mathbb{R} - \{-1\}$ 13) $\left[-\frac{1}{4}, \infty\right)$ 14) \mathbb{R} 15) $\mathbb{R} - \{0\}$ 16) $\mathbb{R} - \{1, -1\}$ 17) $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$
- 18) $\mathbb{R} - \left\{\frac{4}{3}\right\}$ 19) $\mathbb{R} - \{0\}$ 20) \mathbb{R} 21) $\mathbb{R} - \{-6, 3\}$ 22) $[4, \infty) - \{6\}$ 23) $[-3, \infty)$
- 24) $(-\infty, 8] - \{-3\}$ 25) $(-\infty, 4)$ 26) \mathbb{R} 27) $[-3, \infty) - \{2, 6\}$ 28) $[0, \infty) - \{2\}$ 29) $\left[\frac{2}{3}, \infty\right) - \{1\}$
- 30) $\mathbb{R} - \{-12, 2\}$

Obj 2 Función Exponencial

Estudie y grafique las siguientes funciones exponenciales:

- 1) $F(x) = 3^x$ 2) $F(x) = (1/3)^x$ 3) $F(t) = 4^t$ 4) $F(x) = (1/4)^x$ 5) $F(x) = 1,5^x$

Resuelva por el método de igualación de bases las siguientes ecuaciones exponenciales:

- 6) $2^x = 64$ 7) $3^x = 243$ 8) $7^x = 343$ 9) $5^x = 625$ 10) $4^{2x+1} = 1024$ 11) $3^{4-x} = 9$

- 12) $2^{7-x} = 1/32$ 13) $128^{\frac{1}{x}} = 2$ 14) $\sqrt[3]{125} - 25 = 0$ 15) $x^{+2}\sqrt[3]{1296} - 6 = 0$ 16) $3^{x^2-4} = 1$

- 17) $16^{x^2-16} - 1 = 0$ 18) $\sqrt[3]{2^9} = 2x$ 19) $3^{x^2} - 9 = 0$ 20) $2^{x^2} = \frac{1}{2^{5x}}$

- 21) $6^{x^2-4x-19} = 36$ 22) $7^{2x^2-x-1} = \frac{1}{7}$ 23) $4^{3x^2+x-9} = 1024$ 24) $\sqrt[3]{3^{9x^2-3x}} = 9$

- 25) $\sqrt[3]{81} = 3^x$ 26) $\sqrt[3]{128} = 2^{8-x}$ 27) $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1} = \frac{1}{32}$ 28) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-5} = \left(\frac{1}{8}\right)^{x+1}$ 29) $3^{\sqrt{x+2}} = 27$

- 30) $2^{\sqrt{x+4}} \cdot 8 = 2^{x+1}$ 31) $3^{\sqrt[3]{x^2-2x}} = 9$ 32) $11^{\sqrt{x-1}} = 121^{\sqrt{x-5}}$ 33) $\sqrt[5]{16^{2x-1}} = \sqrt[3]{8^{x+6}}$

- 34) $8^{\frac{-1}{x}} = \frac{1}{32}$ 35) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$ 36) $5^{x-3} = 5^{3-x}$ 37) $\sqrt[3]{81} = \sqrt{27^x}$ 38) $\frac{\sqrt[3]{2^{2x+1}}}{\sqrt[5]{4^{2x-3}}} = 2$

Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales (introduciendo cambio de variable)

- 41) $4^x + 2^x - 6 = 0$ 42) $9^x + 3^x - 12 = 0$ 43) $9^x - 4 \cdot 3^{x+2} + 243 = 0$
 44) $4^x - 15 \cdot 2^x + 56 = 0$ 45) $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$ 46) $25^{x+1} - 76 \cdot 5^x + 3 = 0$
 47) $49^x - 3 \cdot 7^x + 2 = 0$ 48) $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$ 49) $9^x - 4\sqrt{3} \cdot 3^{x-1} + 1 = 0$
 50) $5^x + 3 \cdot 5^{-x} = 4$ 51) $7^x - 2 \cdot 7^{1-x} - 5 = 0$ 52) $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$
 53) $5^{2x+1} - 126 \cdot 5^x + 25 = 0$ 54) $49^{\sqrt{x}} - 8 \cdot 7^{\sqrt{x}} + 7 = 0$ 55) $9^{x-1/2} - 2 \cdot 3^x - 9 = 0$

Respuestas de los ejercicios del obj. 2

| | | | | | | | | | |
|----------------------|--------------|-----------------------|------------------------------|------------|------------|--------|-------|---------|-------|
| 6) 6 | 7) 5 | 8) 3 | 9) 4 | 10) 2 | 11) 2 | 12) 12 | 13) 7 | 14) 3/2 | 15) 2 |
| 16) ± 2 | 17) ± 4 | 18) ± 3 | 19) $\pm \sqrt{2}$ | 20) 0, - 5 | 21) 7, - 3 | | | | |
| 22) 0, $\frac{1}{2}$ | 23) 2, - 7/3 | 24) 1, - 2/3 | 25) ± 2 | 26) 7,1 | 27) 2 | | | | |
| 28) 13 | 29) 1 | 30) 5 | 31) 4, - 2 | 32) 19/3 | 33) 34/3 | | | | |
| 34) 3/5 | 35) - 4 | 36) 3 | 37) $\pm \frac{\sqrt{6}}{3}$ | 38) 4 | 41) 1 | | | | |
| 42) 1 | 43) 3,2 | 44) 3 | 45) 1, 0 | 46) - 2 | 47) 0 | | | | |
| 48) 2,322 y 1,585 | | 49) $\pm \frac{1}{2}$ | 50) 0 | 51) 1 | 52) 2, - 1 | | | | |
| 53) 2, -1 | 54) 1, 0 | 55) 2 | | | | | | | |

Obj. 3 Función logarítmica

Expresa cada una de las siguientes igualdades exponenciales en forma logarítmica.

1) $3^5 = 243$ 2) $5^3 = 125$ 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{9}$ 4) $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$ 5) $49^{\frac{1}{2}} = 7$

Expresa en forma exponencial las siguientes igualdades logarítmicas.

6) $\lg_3 729 = 6$ 7) $\lg_4 1024 = 5$ 8) $\lg_{\frac{1}{2}} 8 = -3$ 9) $\lg_{\frac{3}{2}} \frac{8}{27} = -3$ 10) $\lg_9 27 = \frac{3}{2}$

Halle los logaritmos de base 2 de cada una de las siguientes expresiones:

11) 4 12) 8 13) $\frac{1}{2}$ 14) $\sqrt{2}$ 15) $4\sqrt{2}$

Halle los logaritmos de base 3 de cada una de las siguientes expresiones:

16) 3 17) 1 18) 9 19) $\frac{1}{27}$ 20) $\frac{1}{729}$

Determina el valor de “x” en cada una de las siguientes ecuaciones:

21) $\lg_2 \frac{1}{32} = x$ 22) $\lg_3 81 = x$ 23) $\lg_b \sqrt{b} = x$ 24) $\lg_a a^{-4} = x$

25) $\lg_{16} x = -\frac{3}{2}$ 26) $\lg_{1/b} b = x$ 27) $\lg_{b^2} b^6 = x$ 28) $\lg_2 \frac{1}{8} = x$

29) $\lg_9 x = -\frac{1}{2}$ 30) $\lg_x 9 = \frac{3}{2}$

Determina el valor de “x” en cada una de las siguientes expresiones:

31) $x = \lg_2 32 + \lg_5 125$ 32) $x = \lg_4 0,0625 + \lg_7 49$ 33) $x = \frac{\lg_8 64 + \lg_{64} 8}{\lg_9 3 + \lg_9 243}$

34) $x = \frac{\lg_{25} 5 - \lg_{11} 1 + \lg_8 256}{\lg_{10} 0,0001 + \lg_2 32}$ 35) $x = \frac{\lg_5 625 - \lg_{\frac{4}{3}} \frac{27}{64} - \lg_{29} 1}{(\lg_2 64)^{\lg_{11} 121}}$

Calcula el logaritmo de “x” en la base que se señala para cada uno de los ejercicios y simplifique cuando sea posible:

36) $x = a \cdot b$ base = 2 37) $x = y^2$ base = b

38) $x = a^2 \cdot b^3 \cdot c^4$ base = b 39) $x = \frac{2m^2}{a^3}$ base = a

| | | | |
|---|----------|---|----------|
| 40) $x = \frac{ab^5c^2}{m^3np^7}$ | base = c | 41) $x = \sqrt[3]{a}$ | base = b |
| 42) $x = 2^4\sqrt{a^3b^2c}$ | base = b | 43) $x = \sqrt[7]{\frac{a^5bc^2}{m^2np^6}}$ | base = c |
| 44) $x = a^2b \cdot \sqrt[3]{ab^2}$ | base = 3 | 45) $x = \frac{ab\sqrt{ab}}{\sqrt[3]{ab}}$ | base = b |
| 46) $x = \frac{m^3n^5\sqrt{mn^4p}}{\sqrt{mnp}}$ | base = n | 47) $x = \sqrt[3]{m^2n\sqrt{np}}$ | base = n |
| 48) $x = \frac{3^{25}\sqrt{2a^4b}\sqrt{3a}}{\sqrt{6b^5}\sqrt{2a^3b^4}}$ | base = 3 | 49) $x = \frac{2e\sqrt{3e}\sqrt{e}}{\sqrt{e^3e}}$ | base = e |
| 50) $x = \frac{27\sqrt{3^5}\sqrt{243a}}{\sqrt[4]{2187a}}$ | base = 9 | | |

Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

| | | | |
|--|---|-------------------------------------|---------------------------|
| 91) $\lg_2 x = 4$ | 92) $\lg_3 x = \frac{1}{2}$ | 93) $\lg_a (x+2) = 3$ | 94) $\lg \sqrt{2x-1} = 1$ |
| 95) $\lg \sqrt[3]{5-2x} = \frac{1}{2}$ | 96) $\lg (2x-8) + \lg (3x-10) = \lg 66$ | 97) $\lg (6-x) - \lg (1-x) = \lg 2$ | |
| 98) $\lg (x^2 - 3) - \lg (x + 3) = \text{colg } 5$ | 99) $\lg (3 + x) - \lg 2 = \lg 5 - \lg (4 - x)$ | | |
| 100) $\lg (3x + 1) + \lg (6x - 1) = \lg (9x - 1)$ | | | |

Respuestas de los ejercicios del obj. 3

| | | | |
|------------------------|--------------------|------------------------|---------------------------|
| 1) $\lg_3 243 = 5$ | 2) $\lg_5 125 = 3$ | 3) $\lg_{1/3} 1/9 = 2$ | 4) $\lg_{4/5} 64/125 = 3$ |
| 5) $\lg_{49} 7 = 1/2$ | 6) $3^6 = 729$ | 7) $4^5 = 1.024$ | 8) $(1/2)^{-3} = 8$ |
| 9) $(3/2)^{-3} = 8/27$ | 10) $9^{3/2} = 27$ | 11) 2 | 12) 3 |
| 13) - 1 | 14) 1/2 | 15) 5/2 | 16) 1 |
| 17) 0 | 18) 2 | 19) - 3 | 20) - 6 |
| 21) - 5 | 22) 4 | 23) 1/2 | 24) - 4 |
| 25) 1/64 | 26) - 1 | 27) 3 | 28) - 3 |

| | | | |
|--|---------------------------------|--|---|
| 29) $1/3$ | 30) $3\sqrt[3]{3}$ | 31) 8 | 32) 0 |
| 33) $5/6$ | 34) $19/6$ | 35) $7/36$ | 36) $\lg_2 a + \lg_2 b$ |
| 37) $2 \lg_b y$ | 38) $2 \lg_b a + 3 + 4 \lg_b c$ | 39) $\lg_a 2 + 2 \lg_a m - 3$ | |
| 40) $\lg_c a + 5 \lg_c b + 2 - 3 \lg_c m - \lg_c n - 7 \lg_c p$ | | 41) $(1/3) \lg_b a$ | |
| 42) $\lg_b 2 + \frac{1}{4} (3 \lg_b a + 2 + \lg_b c)$ 43) $(1/7)(5 \lg_c a + \lg_c b + 2 - 2 \lg_c m - \lg_c n - 6 \lg_c p)$ | | | |
| 44) $(1/3)(7 \lg_3 a + 5 \lg_3 b)$ | | 45) $(1/6)(7 \lg_b a + 7)$ | 46) $(1/10)(27 \lg_n m + 13 - 3 \lg_n p)$ |
| 47) $(1/6)(4 \lg_n m + 3 + \lg_n p)$ | | 48) $(1/10)(16 - 4 \lg_3 2 + 6 \lg_3 a - 7 \lg_3 b)$ | |
| 49) $(1/12)(12 \lg_c 2 + 13 + 6 \lg_c 3)$ | | 50) $5/2$ | 91) 16 |
| 92) $\sqrt{3}$ | 93) $a^3 - 2$ | 94) $101/2$ | 95) $\frac{5 - 10\sqrt{10}}{2}$ |
| 96) 7 | 97) -4 | 98) $-\frac{9}{5}, 2$ | 99) 2, -1 |
| 100) $1/3$ | | | |

Obj 4 Trigonometría

Convierta a radianes:

- 1) 30° 2) 45° 3) 18° 4) 120° 5) 150° 6) 240° 7) 315° 8) 270° 9) 225° 10) 335°

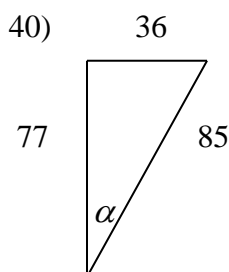
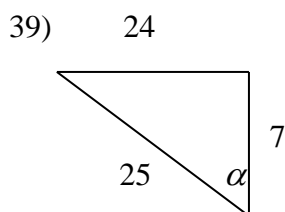
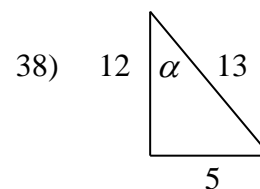
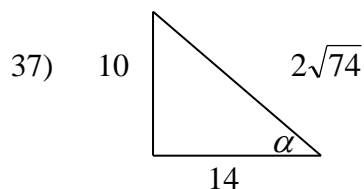
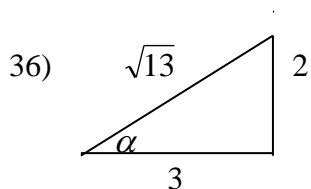
Convierta a grados sexagesimales:

- 11) $\frac{\pi}{4}$, 12) $\frac{5\pi}{3}$, 13) $\frac{\pi}{18}$, 14) $\frac{5\pi}{6}$, 15) $\frac{17\pi}{60}$, 16) $\frac{2\pi}{3}$, 17) $\frac{\pi}{2}$, 18) $\frac{6\pi}{5}$, 19) $\frac{5\pi}{4}$, 20) $\frac{11\pi}{6}$

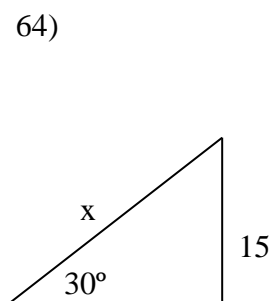
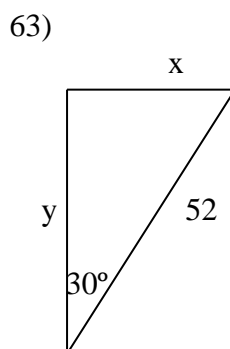
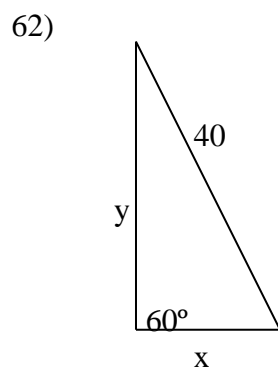
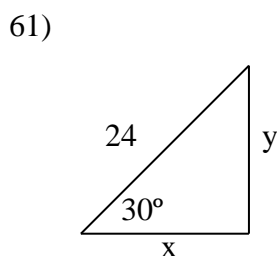
Dados los siguientes ángulos: $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\beta = \frac{5\pi}{6}$, $\gamma = \frac{5\pi}{3}$, $\delta = \frac{7\pi}{4}$, calcule:

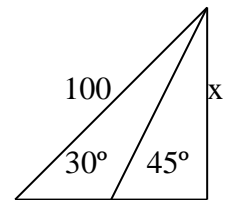
- 21) $\alpha + \beta$ 22) $\beta + \gamma + \delta$ 23) $\beta - \alpha$ 24) $\delta - \gamma$ 25) $\gamma + \delta - \alpha - \beta$

Determina el coseno y el seno de los ángulos que se indican en las siguientes figuras, simplifique y racionalice cuando sea posible:



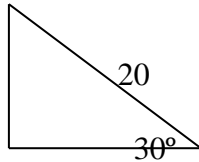
Calcule en cada figura las incógnitas que se señalan:



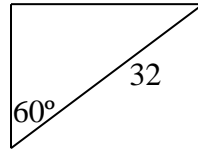


Calcule el área y perímetro de los siguientes triángulos:

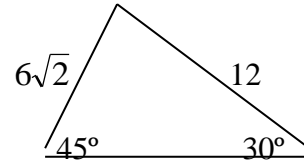
68)



69)



70)



Resuelve los siguientes ejercicios:

71) Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo están entre sí como 1 es a 2 y el mayor de los catetos mide 15 cm, calcule el perímetro.

72) Calcule la altura de un edificio si un observador situado a 50 m de él ve la parte superior con un ángulo de elevación de 60° .

73) Calcule la anchura de una calle si un observador situado sobre un edificio de 90 m de altura ve la acera de enfrente con un ángulo de depresión de 60° .

74) Desde la ventana de un edificio situada a 10 m del suelo se ve el edificio de enfrente de la siguiente manera; la parte superior con un ángulo de elevación de 30° y la parte inferior con un ángulo de depresión de 45° . Calcule: a) la anchura de la calle; b) la altura del edificio.

75) Un observador ve la parte superior de una estatua con un ángulo de elevación de 30° . Camina 10 m hacia la estatua y en ese momento ve la parte superior de la misma con un ángulo de elevación de 60° . Calcule la altura de la parte superior de la estatua.

76) Desde un faro de 60 m de altura se ven dos lanchas alineadas con el faro y a un mismo lado de éste con ángulos de depresión de 30° y 60° . Calcule la distancia entre las lanchas.

77) Dos barcas "A" y "B" observan simultáneamente a un avión que está en el plano vertical de los barcos y a la derecha del barco "B", con ángulos de elevación de 30° y 45° respectivamente. Calcular la altura del avión si la distancia entre los barcos es de 200 m.

77) Dos observadores "A" y "B" están en la misma horizontal separados por una distancia de 250 m. Entre ellos y en el mismo plano vertical hay un globo que "A" ve con un ángulo de elevación de 45° y "B" con ángulo de elevación de 60° . Halle la altura del globo.

79) Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo están entre sí como 1 es a 2 y el mayor de los catetos mide 20 m, calcule el perímetro.

- 80) Calcule la altura de un edificio si un observador situado a 80 m de él ve la parte superior con un ángulo de elevación de 60° .
- 81) Calcule la anchura de una calle si un observador situado sobre un edificio de 30 m de altura ve la acera de enfrente con un ángulo de depresión de 30° .
- 82) Desde la ventana de un edificio situada a 12 m del suelo se ve el edificio de enfrente de la siguiente manera; la parte superior con un ángulo de elevación de 30° y la parte inferior con un ángulo de depresión de 60° . Calcule: a) la anchura de la calle; b) la altura del edificio.
- 83) Un observador ve la parte superior de una estatua con un ángulo de elevación de 45° . Camina 10m hacia la estatua y en ese momento ve la parte superior de la misma con un ángulo de elevación de 60° . Calcule la altura de la parte superior de la estatua.
- 84) Desde un faro de 60 m de altura se ven dos lanchas alineadas con el faro y a un mismo lado de éste con ángulos de depresión de 45° y 60° . Calcule la distancia entre las lanchas.
- 85) Dos barcas “A” y “B” observan simultáneamente a un avión que está en el plano vertical de los barcos y a la derecha del barco “B”, con ángulos de elevación de 30° y 45° respectivamente. Calcular la altura del avión si la distancia entre los barcos es de 1 kilómetro.
- 86) Dos observadores “A” y “B” están en la misma horizontal separados por una distancia de 420 m. Entre ellos y en el mismo plano vertical hay un globo que “A” ve con un ángulo de elevación de 45° y “B” con ángulo de elevación de 60° . Halle la altura del globo.
- 87) ¿Cuánto tiene que alejarse una persona de un edificio de 85 m de alto para ver la parte más alta con un ángulo de elevación de 65° ?
- 88) Una escalera de 10 m de largo está apoyada contra una pared alcanzando sobre ella una altura de 8,19 m. ¿Qué ángulo forman la escalera y la pared?, ¿A qué distancia de la pared está el pie de la escalera?
- 89) ¿Con qué ángulo de elevación ve una persona la parte más alta de un edificio de 27,47 m de altura, si se encuentra a 10 m de la base del edificio?
- 90) Un chamito lanza una piedra con una china contra un faro de 6 m de altura. La piedra recorre un espacio de 11 m antes de desguañangar el faro. ¿Con qué ángulo de elevación fue lanzada la piedra?

Calcula $\cos \alpha$ con los datos que se dan en cada uno de los siguientes ejercicios:

$$91) \operatorname{Sen} \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\alpha \text{ en I C}) \qquad 92) \operatorname{Sen} \alpha = 5/13 \quad (\alpha \text{ en II C})$$

$$93) \operatorname{Sen} \alpha = -15/17 \quad (\alpha \text{ en III C}) \qquad 94) \operatorname{Sen} \alpha = -24/25 \quad (\alpha \text{ en IV C})$$

$$95) \operatorname{Sen} \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} \quad (\alpha \text{ en I C}) \qquad 96) \operatorname{Sen} \alpha = -9/41 \quad (\alpha \text{ en III C})$$

$$97) \operatorname{Sen} \alpha = -1 \quad (\alpha \text{ en III C}) \qquad 98) \operatorname{Sen} \alpha = -3/5 \quad (\alpha \text{ en IV C})$$

$$99) \operatorname{Sen}\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad (\alpha \text{ en II C})$$

$$100) \operatorname{Sen}\alpha = \frac{-1}{\sqrt{10}} \quad (\alpha \text{ en III C})$$

Calcular seno β con los datos que se dan en cada uno de los siguientes ejercicios:

$$101) \operatorname{Cos}\beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (\beta \text{ en IC})$$

$$102) \operatorname{Cos}\beta = 40/41 \quad (\beta \text{ en IVC})$$

$$103) \operatorname{Cos}\beta = 1$$

$$104) \operatorname{Cos}\beta = \frac{-3}{\sqrt{10}} \quad (\beta \text{ en IIIC})$$

$$105) \operatorname{Cos}\beta = -7/25 \quad (\beta \text{ en IIC})$$

$$106) \operatorname{Cos}\beta = 16/65 \quad (\beta \text{ en IVC})$$

$$107) \operatorname{Cos}\beta = -2/5 \quad (\beta \text{ en IIIC})$$

$$108) \operatorname{Cos}\beta = -3/4 \quad (\beta \text{ en IIC})$$

$$109) \operatorname{Cos}\beta = 0,5 \quad (\beta \text{ en IVC})$$

$$110) \operatorname{Cos}\beta = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \quad (\beta \text{ en IC})$$

Utilizando el teorema de los senos, resuelva los siguientes triángulos oblicuángulos:

$$124) \alpha = 42^\circ \quad \beta = 56^\circ \quad c = 33,2$$

$$125) \beta = 110^\circ \quad \gamma = 35^\circ \quad a = 83,7$$

$$126) c = 18 \quad a = 18^\circ \quad \gamma = 18^\circ$$

$$127) b = 10 \quad a = 12,3 \quad \beta = 52^\circ$$

$$128) c = 10 \quad b = 10 \quad \gamma = 60^\circ$$

$$129) b = 14 \quad c = 14 \quad \beta = 51^\circ$$

$$130) \alpha = 15^\circ \quad \beta = 50^\circ \quad c = 243$$

$$131) a = 57,8 \quad b = 42,3 \quad \alpha = 130^\circ$$

Utilizando el teorema de los cosenos, resuelva los siguientes triángulos oblicuángulos:

$$132) a = 10 \quad b = 20 \quad \gamma = 60^\circ$$

$$133) b = 5 \quad c = 6 \quad \alpha = 50^\circ$$

$$134) a = 3 \quad b = 5 \quad \gamma = 100^\circ$$

$$135) b = 100 \quad c = 200 \quad \alpha = 120^\circ$$

$$136) a = 12 \quad c = 15 \quad \beta = 157^\circ$$

$$137) a = 7 \quad b = 9 \quad \gamma = 174^\circ$$

$$138) a = 0,5 \quad c = 0,4 \quad \beta = 48^\circ$$

$$139) a = 10 \quad b = 15 \quad c = 13$$

$$140) a = 37 \quad b = 28 \quad c = 25$$

$$141) a = 182 \quad b = 195 \quad c = 207$$

$$142) a = 14,7 \quad b = 20,3 \quad c = 25,4$$

$$143) a = 1 \quad b = 2 \quad c = 2,5$$

$$144) a = 93 \quad b = 85 \quad c = 100$$

$$145) a = 0,8 \quad b = 0,6 \quad c = 0,75$$

Respuestas a los ejercicios del obj.4

- 1) $\frac{\pi}{6}$, 2) $\frac{\pi}{4}$, 3) $\frac{\pi}{10}$, 4) $\frac{2\pi}{3}$, 5) $\frac{5\pi}{6}$, 6) $\frac{4\pi}{3}$, 7) $\frac{7\pi}{4}$, 8) $\frac{3\pi}{2}$, 9) $\frac{5\pi}{4}$, 10) $\frac{67\pi}{36}$, 11) 45° , 12) 300° , 13) 10°
- 14) 150° , 15) 51° , 16) 120° , 17) 90° , 18) 216° , 19) 225° , 20) 330° , 21) $\frac{4\pi}{3}$, 22) $\frac{17\pi}{4}$
- 23) $\frac{\pi}{3}$, 24) $\frac{\pi}{12}$, 25) $\frac{25\pi}{12}$, 36) $\frac{3\sqrt{13}}{13}$; $\frac{2\sqrt{13}}{13}$, 37) $\frac{7\sqrt{74}}{74}$; $\frac{5\sqrt{74}}{74}$, 38) $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{13}$
- 39) $7/25$; $24/25$ 40) $77/85$; $36/85$ 41) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 42) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, 43) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 44) $-\cos\frac{\pi}{8}$, 45) $-\frac{1}{2}$,
- 54) $\cos\frac{2\pi}{7}$, 55) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 56) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, 57) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 58) $\cos\frac{4\pi}{4}$, 59) $-\frac{1}{2}$, 60) $-\cos\frac{3\pi}{8}$, 61) $12\sqrt{3}$; 12
- 62) 20 ; $20\sqrt{3}$, 63) 26 ; $26\sqrt{3}$, 64) 30 , 65) $3\sqrt{2}$, 66) 10 , 67) $50\sqrt{2}$ 68) $50\sqrt{3}$; $30+10\sqrt{3}$
- 69) $128\sqrt{3}$; $48+16\sqrt{3}$, 70) $18+18\sqrt{3}$; $18+6\sqrt{2}+6\sqrt{3}$, 71) $40,98$ cm 72) $85,6$ m
- 73) $51,96$ m 74) 10 m; $15,77$ m 75) $8,66$ m 76) $69,28$ m 77) $273,2$ m 78) $185,5$ m
- 79) $94,64$ m 80) $138,56$ m 81) $51,96$ m 82) $6,93$ m y 16 m 83) $23,66$ m 84) $25,36$ m
- 85) $1.366,03$ m 86) $266,27$ m 87) $39,63$ m 88) 35° ; $5,74$ m 89) 70° 90) $33^\circ 3'$
- 91) $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 92) $-\frac{12}{13}$, 93) $-\frac{8}{17}$, 94) $\frac{7}{25}$, 95) $\frac{3}{\sqrt{13}}$, 96) $-\frac{40}{41}$, 97) 0 , 98) $\frac{4}{5}$, 99) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$, 100) $\frac{-3}{\sqrt{10}}$
- 101) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ 102) $-9/41$ 103) 0 104) $-\frac{1}{\sqrt{10}}$ 105) $24/25$
- 106) $-63/65$ 107) $-\frac{\sqrt{21}}{5}$ 108) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ 109) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 110) $\frac{2xy}{(x^2+y^2)}$
- 124) 82° ; $22,43$; $27,79$ 125) 35° ; $137,13$; $83,7$ 126) 18° ; 144° ; $34,24$
- 127) $75^\circ 41'$; $52^\circ 14'$; $10,03$ ó $104^\circ 14'$; $23^\circ 45'$; $5,11$ 128) 60° ; 60° ; 10
- 129) 51° ; 78° ; $17,62$ 130) 115° ; $69,39$; $205,39$ 131) $34^\circ 6'$; $15^\circ 54'$; $20,67$
- 132) $17,32$; 30° ; 90° 133) $4,74$; $53^\circ 58'$; $76^\circ 21$ 134) $6,26$; $28^\circ 9'$; $51^\circ 51'$
- 135) $264,6$; $19^\circ 6'$; $40^\circ 54'$ 136) $26,46$; $10^\circ 12'$; $12^\circ 48'$ 137) $15,98$; $2^\circ 37'$; $3^\circ 23'$
- 138) $0,38$; $80^\circ 1'$; $51^\circ 59'$ 139) $41^\circ 5'$; $80^\circ 15'$; $58^\circ 40'$ 140) $88^\circ 22'$; $49^\circ 9'$; $42^\circ 29'$
- 141) $53^\circ 44'$; $59^\circ 46'$; $66^\circ 30'$ 142) $35^\circ 21'$; $53^\circ 1'$; $91^\circ 38'$ 143) $22^\circ 20'$; $49^\circ 27'$; $108^\circ 13'$
- 144) $59^\circ 42'$; $52^\circ 6'$; $68^\circ 11'$ 145) $71^\circ 42'$; $45^\circ 24'$; $62^\circ 53'$

Obj 5 Progresiones

Progresiones aritméticas (P.A.)

Determine la P.A. con los datos que se dan en cada ejercicio:

- | | | | | | |
|------------------------|--------------------|---------|-------------------------|--------------------|---------|
| 1) $a_1 = -5$ | $r = 3$ | $n = 5$ | 2) $a_1 = -6$ | $r = -4$ | $n = 6$ |
| 3) $a_1 = \frac{1}{2}$ | $r = \frac{5}{2}$ | $n = 4$ | 4) $a_1 = 2x$ | $r = x + 1$ | $n = 5$ |
| 5) $a_1 = \frac{1}{3}$ | $r = -\frac{1}{3}$ | $n = 5$ | 6) $a_1 = -3\sqrt{3}$ | $r = 5\sqrt{3}$ | $n = 4$ |
| 7) $a_1 = 100$ | $r = -15$ | $n = 4$ | 8) $a_1 = 5x + 4$ | $r = 3x - 2$ | $n = 5$ |
| 9) $a_1 = \frac{x}{3}$ | $r = \frac{x}{2}$ | $n = 5$ | 10) $a_1 = \frac{5}{4}$ | $r = -\frac{1}{8}$ | $n = 7$ |

Determine la razón de cada una de las siguientes progresiones aritméticas:

- | | | |
|--|--|--|
| 11) PA: 1, 2, 3, 4,..... | 12) PA: -1, -3, -5, -7,..... | 13) PA: 5, 10, 15, 20,..... |
| 14) PA: 4, 7, 10, 13, ... | 15) PA: 1, $\frac{3}{2}$, 2, $\frac{5}{2}$,..... | 16) PA: 1, 5, 9, 13,..... |
| 17) PA: 8, $\frac{37}{5}$, $\frac{34}{5}$, $\frac{31}{5}$,... | 18) PA: 12, $\frac{37}{3}$, $\frac{38}{3}$, 13,... | 19) PA: 7, $\frac{31}{5}$, $\frac{27}{5}$, $\frac{23}{5}$,... |
| 20) PA: m, m + $\frac{a}{2}$, m + a, m + $3\frac{a}{2}$,..... | | |

Con los datos que se dan, determine en cada ejercicio el término señalado entre paréntesis:

- | | | | | | | | | |
|-----------------------------|--------------------|-----------|-------------------|-------------|--------------|-------------------------|-------------------|--------------|
| 21) $a_1 = 5$ | $r = 4$ | (a_7) | 22) $a_1 = 9$ | $r = -2$ | (a_6) | 23) $a_4 = 11$ | $r = -9$ | (a_8) |
| 24) $a_7 = 18$ | $r = 7$ | (a_4) | 25) $a_6 = 2x$ | $r = x - a$ | (a_{10}) | 26) $a_5 = \frac{5}{2}$ | $r = \frac{3}{4}$ | (a_{15}) |
| 27) $a_{18} = -11$ | $r = -3$ | (a_1) | 28) $a_{13} = -6$ | $r = -2$ | (a_1) | 29) $a_{14} = 73$ | $r = -5$ | (a_5) |
| 30) $a_{10} = -\frac{7}{3}$ | $r = -\frac{2}{3}$ | (a_6) | | | | | | |

Interpolar los medios aritméticos que se indican en cada ejercicio:

- | | | |
|---|--|----------------------------------|
| 41) 3 MA entre 7 y 19 | 42) 5 MA entre -5 y -17 | 43) 4 MA entre 4 y -4 |
| 44) 3 MA entre -7 y 15 | 45) 2 MA entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ | 46) 3 MA entre $\frac{3}{2}$ y 7 |
| 47) 4 MA entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{16}$ | 48) 3 MA entre 10 y 20 | |

Progresiones geométricas (P.G.)

Determina la progresión geométrica con los datos que se dan en cada ejercicio:

- | | | | | | | | | |
|----------------|----------|---------|----------------|--------------------|---------|---------------|----------|---------|
| 61) $a_1 = 5$ | $r = 3$ | $n = 4$ | 62) $a_1 = -3$ | $r = 2$ | $n = 5$ | 63) $a_1 = 7$ | $r = -2$ | $n = 5$ |
| 64) $a_1 = -4$ | $r = -5$ | $n = 5$ | 65) $a_1 = 8$ | $r = -\frac{1}{2}$ | $n = 6$ | | | |

Con los datos que se dan, determine en cada ejercicio el término señalado entre paréntesis:

- 66) $a_1 = 18$ $r = -1/3$ (a_6) 67) $a_1 = -7/25$ $r = 5$ (a_5)
 68) $a_4 = 22/49$ $r = 7/2$ (a_8) 69) $a_{11} = -3\sqrt{2}$ $r = \sqrt{2}$ (a_{17})
 70) $a_{13} = -512$ $r = -2$ (a_7) 71) $a_{10} = 486$ $r = 3$ (a_4)
 72) $a_9 = -1/768$ $r = 1/2$ (a_1) 73) $a_5 = 2/243$ $r = -3$ (a_{11})
 74) $a_{12} = \sqrt[6]{2}$ $r = \sqrt{2}$ (a_8) 75) $a_1 = 1$ $r = 2$ (a_{64})

Interpolar los medios geométricos que se indican en cada ejercicio:

- 81) 3 MG entre 3 y 48 82) 4 MG entre -5 y -160
 83) 2 MG entre 75 y 25/9 84) 4 MG entre -128/343 y 196
 85) 5 MG entre $9\sqrt{6}$ y $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 86) 2 MG entre $\frac{\sqrt{15}}{45}$ y $\frac{\sqrt{5}}{5}$
 87) 4 MG entre $-64x^5$ y -2 88) 4 MG entre 38.880 y -5

Respuestas a los ejercicios del obj. 5

- | | | | |
|---------------------------------------|---|------------------------------|-----------|
| 1) PA: -5, -2, 1, 4, 7 | 2) PA: -6, -10, -14, -18, -22, -26 | | |
| 3) PA: $1/2, 3, 11/2, 8$ | 4) PA: $2x, 3x + 1, 4x + 2, 5x + 3, 6x + 4$ | | |
| 5) PA: $1/3, 0, -1/3, -2/3, -1$ | 6) PA: $-3\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 7\sqrt{3}, 12\sqrt{3}$ | | |
| 7) PA: 100, 85, 70, 55 | 8) PA: $5x + 4a, 8x + 2a, 11x, 14x - 2a, 17x - 4a$ | | |
| 9) PA: $x/3, 5x/6, 4x/3, 11x/6, 7x/3$ | 10) PA: $5/4, 9/8, 1, 7/8, 3/4, 5/8, 1/2$ | | |
| 11) 1 | 12) -2 | 13) 5 | 14) 3 |
| 15) $1/2$ | 16) 4 | 17) $-3/5$ | 18) $1/3$ |
| 19) $-4/5$ | 20) $a/2$ | 21) 29 | 22) -1 |
| 23) -25 | 24) -3 | 25) $6x - 4a$ | 26) 10 |
| 27) 40 | 28) 18 | 29) 118 | 30) $1/3$ |
| 41) PA: 10, 13, 16 | 42) -7, -9, -11, -13, -15 | 43) $12/5, 4/5, -4/5, -12/5$ | |

- 44) $-3/2, 4, 19/2$ 45) $4/9, 7/18$ 46) $23/8, 17/4, 45/8$ 47) $7/16, 3/8, 5/16, 1/4$
- 48) $25/2, 15, 35/2$ 61) $5, 15, 45, 135$ 62) $-3, -6, -12, -24, -48$
- 63) $7, -14, 28, -56, 112$
- 64) $-4, 20, -100, 500, -2.500$ 65) $8, -4, 2, -1, 1/2, -1/4$ 66) $-2/27$
- 67) -175 68) $539/8$ 69) $-24\sqrt{2}$ 70) -8 71) $2/3$ 72) $-1/3$
- 73) 6 74) $\frac{\sqrt[6]{2}}{4}$ 75) 2^{63} 81) $\pm 6, 12, \pm 24$ 82) $-10, -20, -40, -80$
- 83) $25, 25/3$ 84) $64/49, -32/7, 16, -56$
- 85) $\pm 9\sqrt{2}, 3\sqrt{6}, \pm 3\sqrt{2}, \sqrt{6}, \pm\sqrt{2}$ 86) $\frac{\sqrt{5}}{15}, \frac{\sqrt{15}}{15}$ 87) $-32x^4, -16x^3, -8x^2, -4x$
- 88) $-6.480, 1.080, -180, 30$