Tercer momento

3.2 – Scilab, Sistemas de ecuaciones simultáneas método de Cramer

Instituto Técnico
Jesús Obrero - 4to año

3.2.1 – Sistemas de ecuaciones lineales

El uso del entorno matemático de Scilab permite un sin fin de implementaciones en soluciones matemáticas para los sistemas, en esta oportunidad se ejemplifican las soluciones de sistemas de ecuaciones con X ecuaciones y X incognitas, lo cual es de gran utilidad cuando deseamos resolver circuitos empleando métodos como mallas o Nodos, basados en las leyes de kirchhoff.

$$a_0 X + a_1 Y = a_2$$
$$b_0 X + b_1 Y = b_2$$

3.2.1 – Sistemas de ecuaciones lineales

Iniciemos por un sistema simple como el que se observa en la ecuación de esta lámina. Solamente tenemos dos incógnitas, por tanto, para tener una solución única es necesario tener dos ecuaciones. Adicionalmente las ecuaciones deben cumplir con el requerimiento de ser linealmente independientes tal como deben recordar de cursos anteriores para este tipo de soluciones.

$$a_0 X + a_1 Y = a_2$$
$$b_0 X + b_1 Y = b_2$$

Por supuesto, para encontrar los valores de las incógnitas X e Y, es necesario conocer todos los valores de los coeficientes a y b. Para que se cumpla la condición de independencia lineal, ninguna ecuación debe ser un múltiplo exacto de otra.

3.2.1 – Sistemas de ecuaciones lineales

Existe una buena variedad de métodos para resolver este tipo de sistema, en el entorno Scilab lo único que hacemos es reflejar los mismos métodos que ya fueron estudiados con anterioridad. Para esta presentación solamente describiré el método de Cramer.

$$7X - 6Y = 12$$

$$4X + 5Y = 2$$

3.2.2 – Recordando Método Cramer

Recordemos la aplicación de Cramer, la cual estudiaron durante el segundo momento en la asignatura **ELECTRICIDAD**. Para encontrar la solución en este sistema es necesario definir sistemas de matrices cuadradas, en las cuales se sustituyen sistemáticamente las columnas de las incógnitas por la columna de la solución.

$$a_0 X + a_1 Y = r_0$$
$$b_0 X + b_1 Y = r_1$$

$$\Delta M = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 \\ b_0 & b_1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta M_A = \begin{vmatrix} r_0 & a_1 \\ r_1 & b_1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta M_B = \begin{vmatrix} a_0 & r_0 \\ b_0 & r_1 \end{vmatrix}$$

3.2.2 – Recordando Método Cramer

De esta forma, una vez definidas las matrices a las cuales se les calcula su determinante, se realizan operaciones simples para determinar el valor de X y de Y.

$$X=\frac{\Delta M_A}{\Delta M} \qquad Y=\frac{\Delta M_B}{\Delta M}$$

Ya que pudimos recordar el procedimiento de Cramer estudiado hace algunos meses, procedamos a aplicar el método con los valores para la siguiente ecuación

$$7X-6Y=12$$

$$4X+5Y=2$$

3.2.2 – Recordando Método Cramer

En este caso las matrices M, Ma y Mb son las siguientes,

$$M = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$M_A = \begin{pmatrix} 12 & -6 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \qquad M_B = \begin{pmatrix} 7 & 12 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

3.2.2 – Recordando Método Cramer

Al calcular la determinante de cada matriz se tiene

$$\Delta M = \begin{vmatrix} 7 & -6 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 59$$

$$\Delta M_A = \begin{vmatrix} 12 & -6 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 72$$

$$\Delta M_B = \begin{vmatrix} 7 & 12 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -34$$

3.2.2 – Recordando Método Cramer

Por tanto las soluciones son,

$$X = \frac{\Delta M_A}{\Delta M} = \frac{72}{59}$$

$$X = 1{,}22$$

$$Y = -0{,}58$$

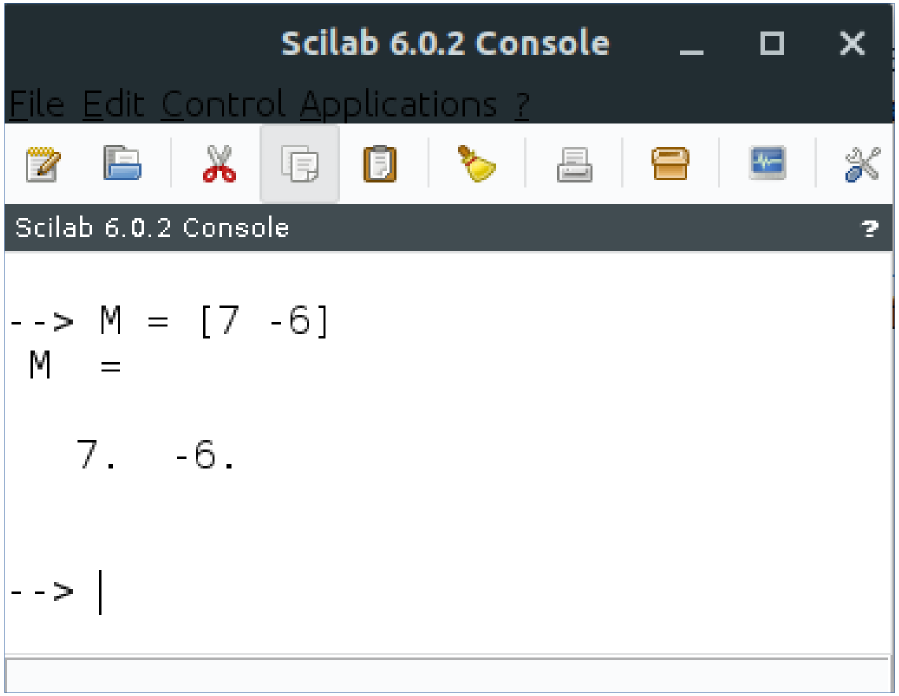
$$Y = \frac{\Delta M_B}{\Delta M} = \frac{-34}{59}$$

3.2.2.1 – Cramer con Scilab

¿Cómo obtener esta solución utilizando la herramienta Scilab?

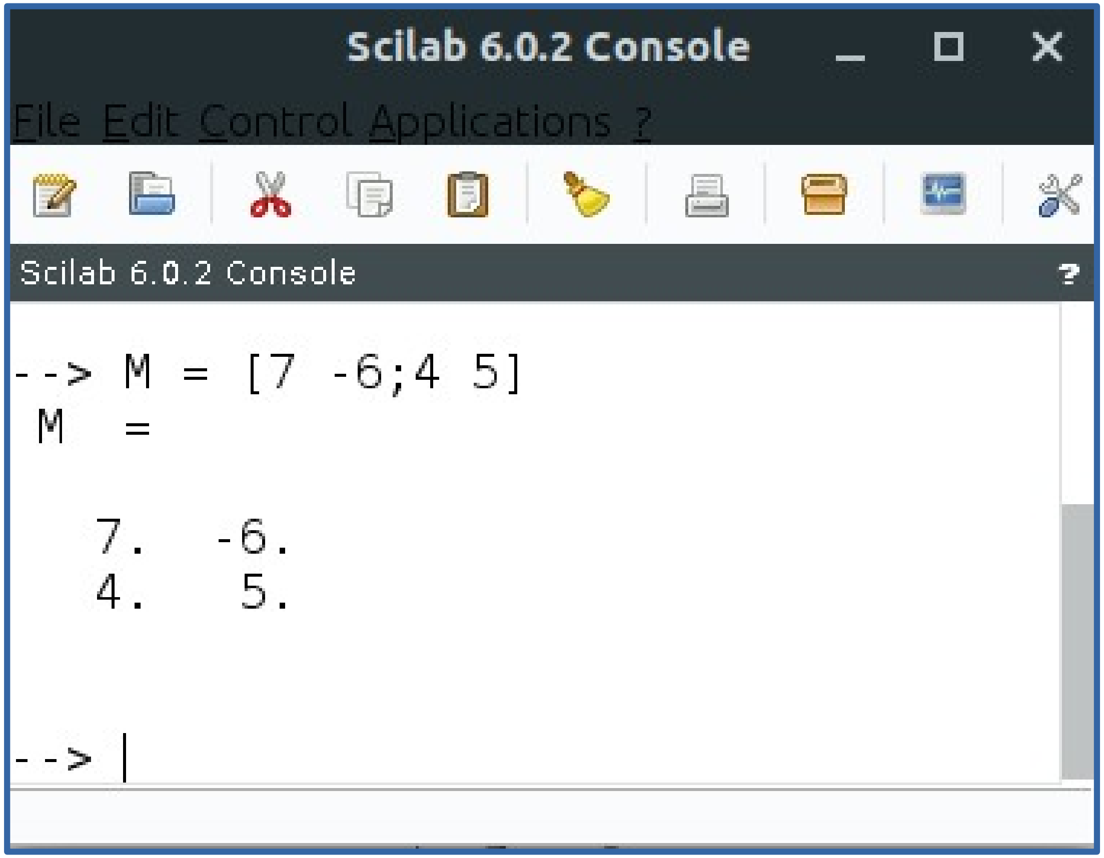
En la presentación anterior se mencionó que Scilab es un laboratorio de matrices, por tanto cuenta con algunas funciones que facilitan el trabajo de las operaciones con sistemas matriciales.

Iniciemos con el primer paso, llenar una matriz. Para crear una matriz se utilizan los corchetes, al llenar los valores de las filas se escribe un valor, luego de deja un espacio y se escribe el siguiente valor. Con esto llenamos la primera fila.



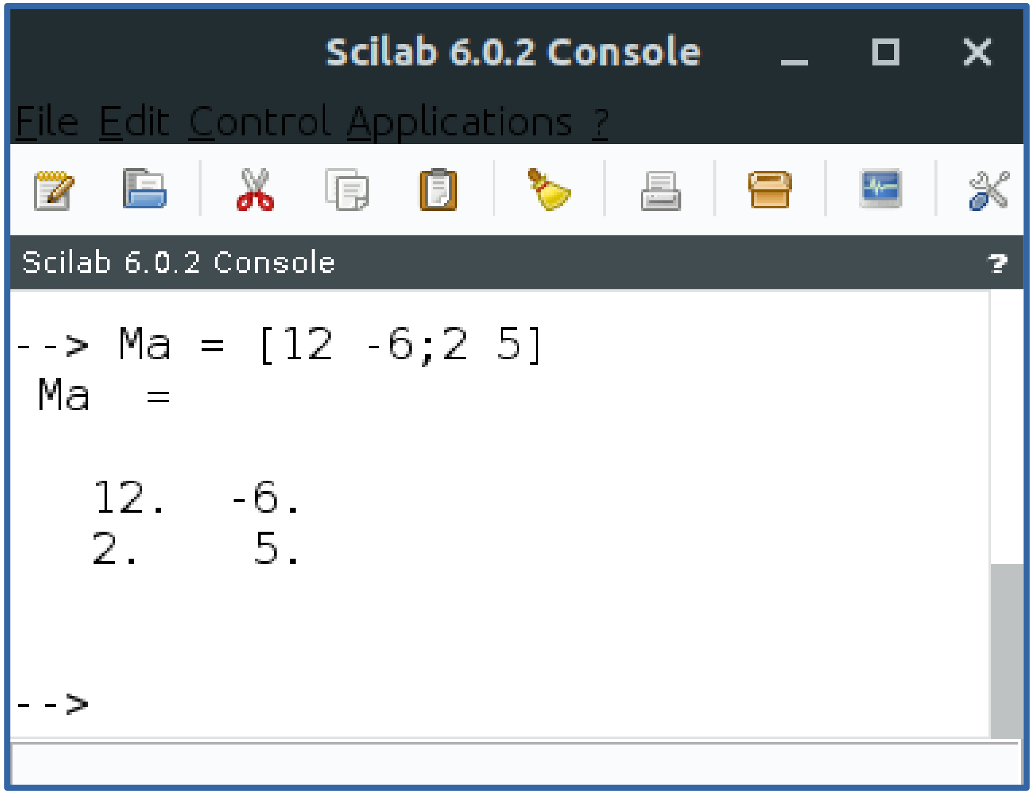
3.2.2.1 – Cramer con Scilab

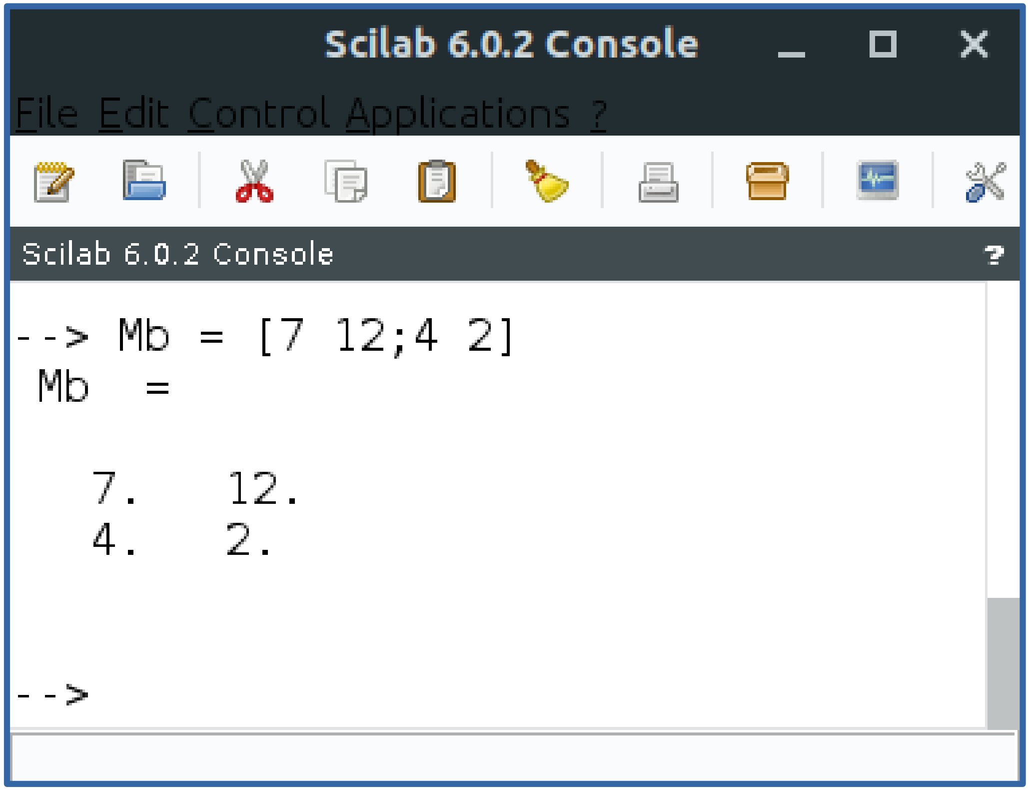
Cuando colocamos el carácter punto y coma “;” indica al interpretador que llegamos al final de la fila, y los próximos valores corresponden a la siguiente fila. Este patrón simplemente se repite cuando se desea construir matrices con mayores dimensiones.



3.2.2.1 – Cramer con Scilab

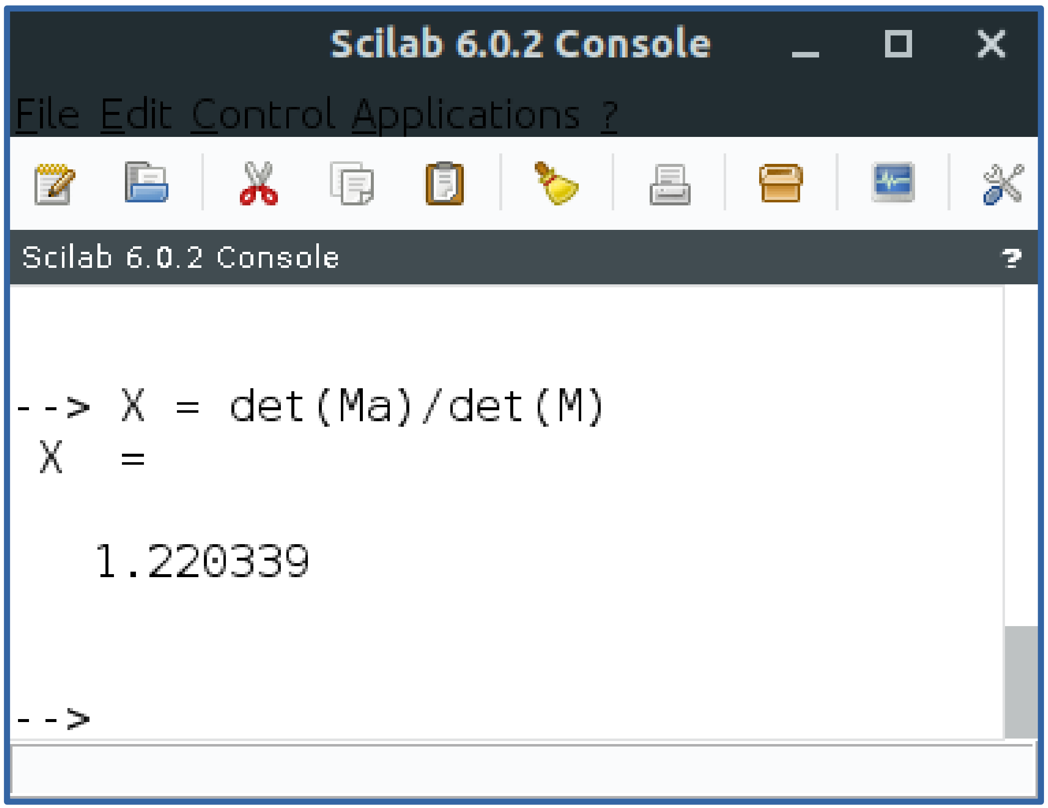
De la misma forma se construye el resto de la matrices requeridas para el método Cramer.

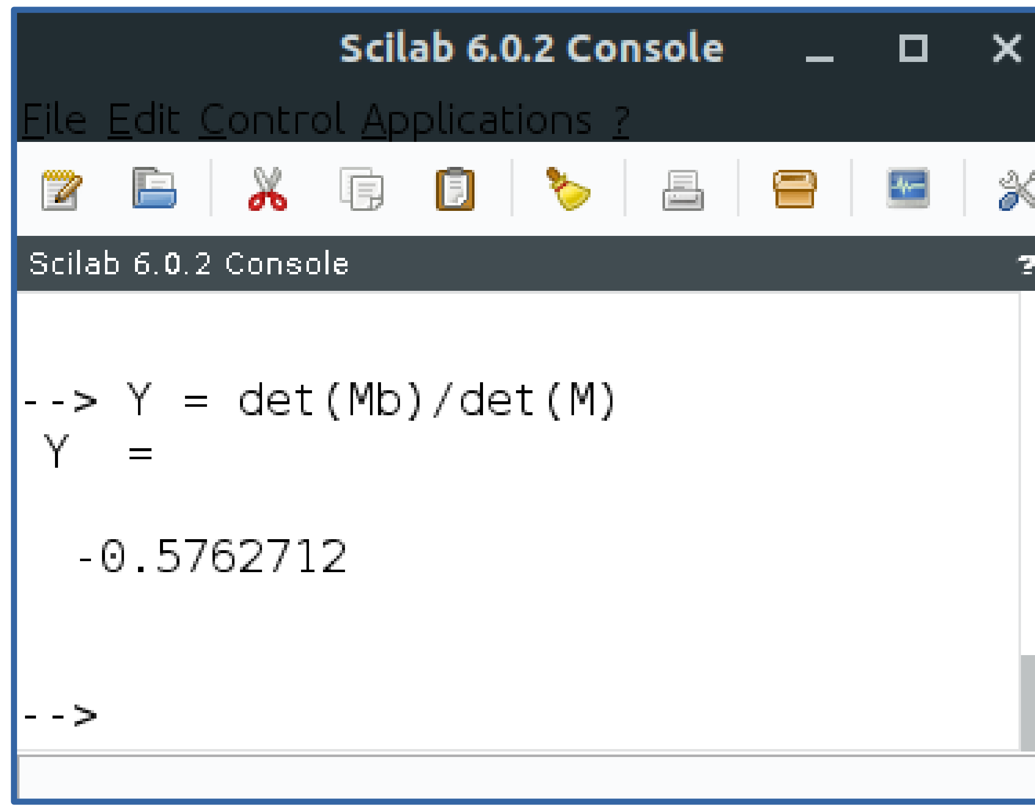




3.2.2.1 – Cramer con Scilab

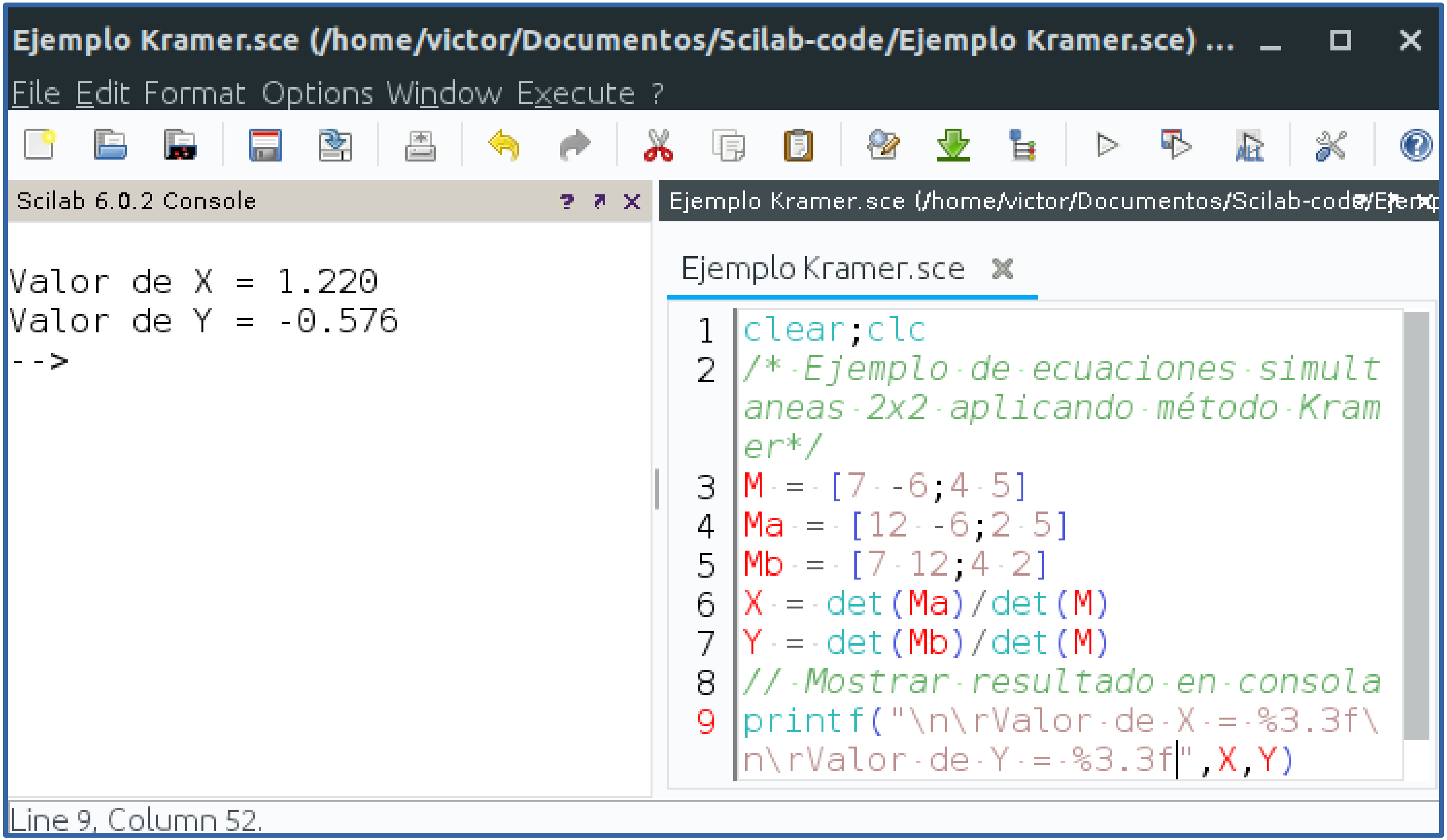
Ahora que tenemos completamente definidas las matrices M, Ma y Mb, es muy simple calcular la determinante, solo debemos aplicar a cada una el operador **det()**. De modo que los determinantes son **det(M), det(Ma), det(Mb)**. Con esto calculamos directamente los valores de X y de Y.





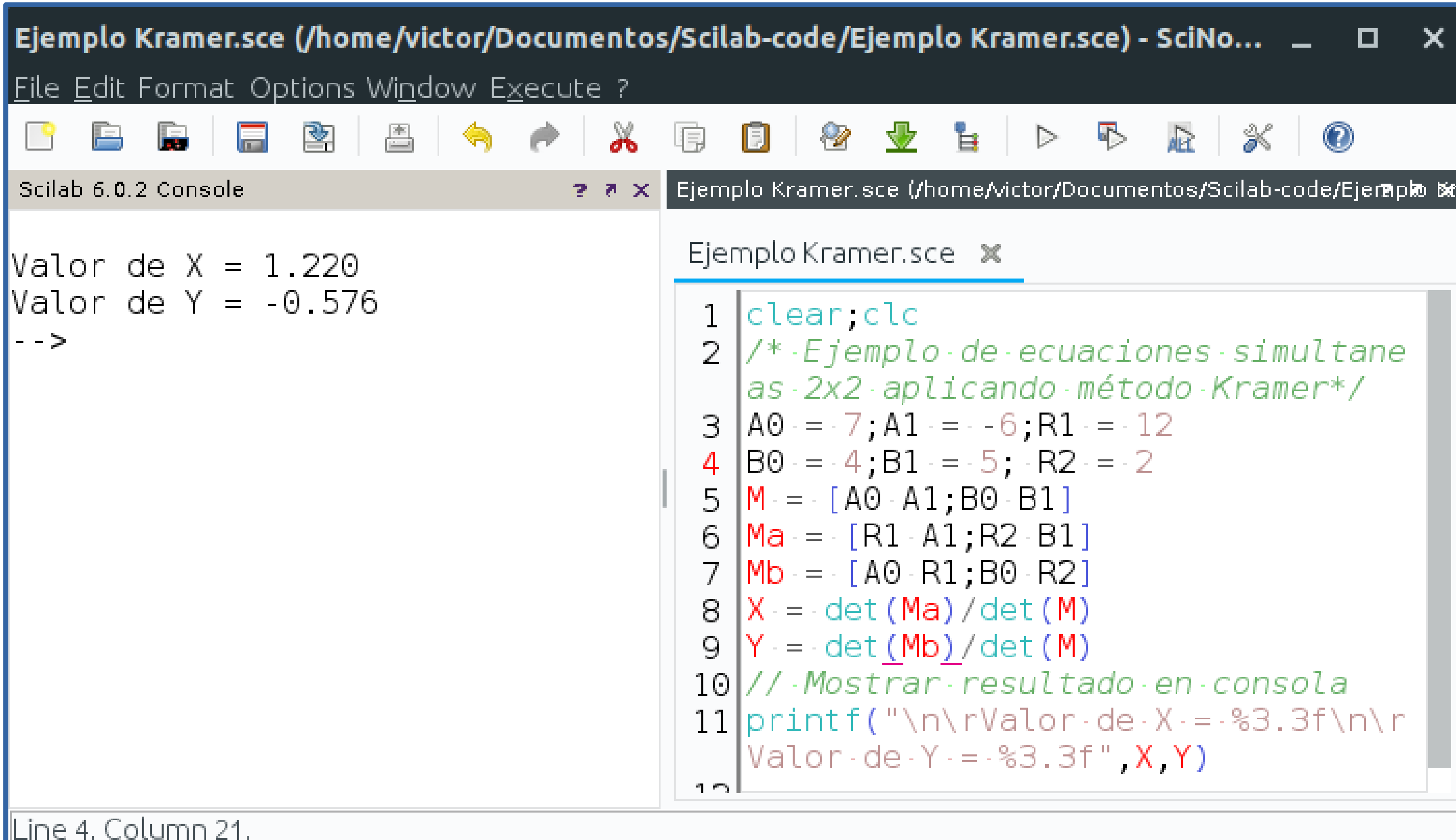
3.2.2.1 – Cramer con Scilab

Si repetimos este procedimiento en un script, se visualiza de la siguiente forma.



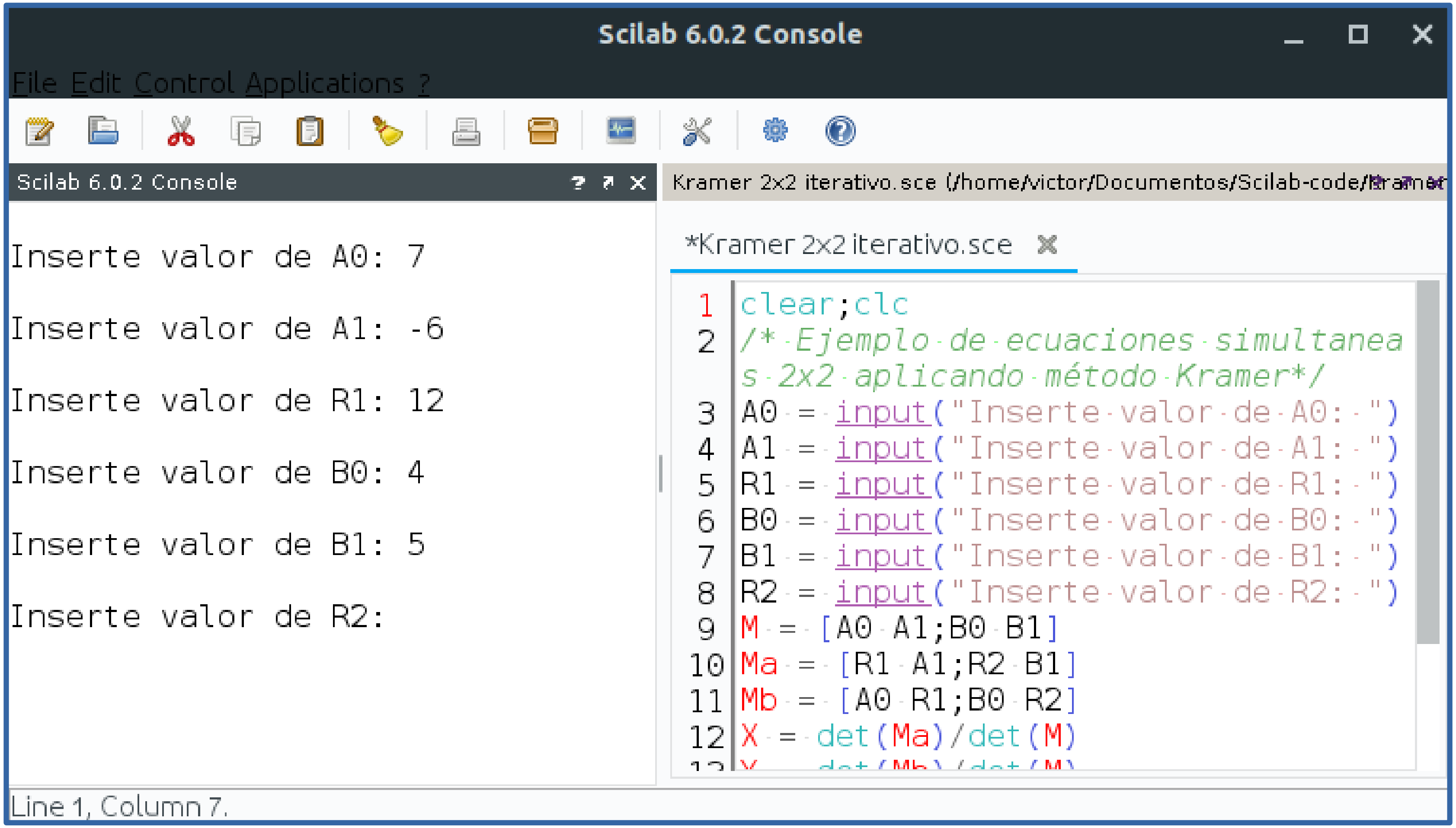
3.2.2.1 – Cramer con Scilab

Otra manera de escribir el script y tener el mismo resultado es la siguiente,



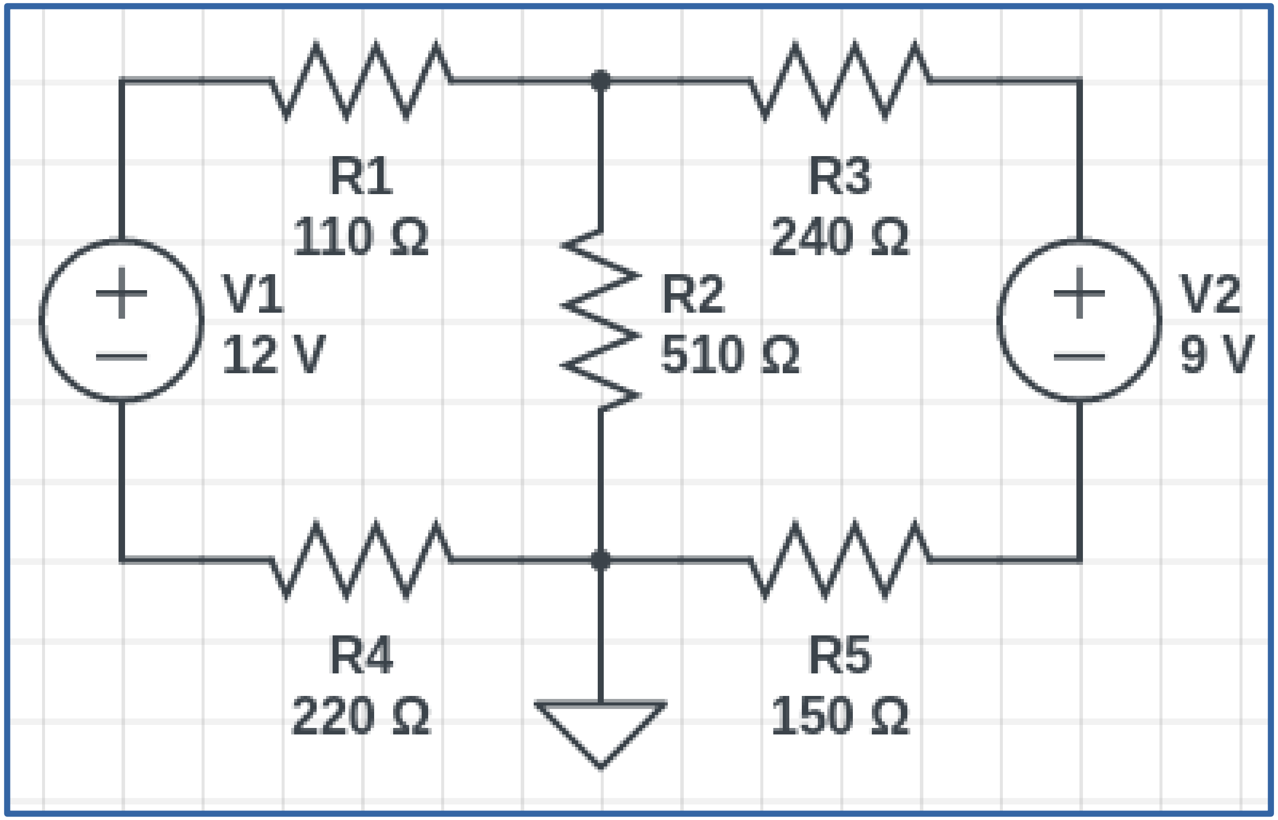
3.2.2.1 – Cramer con Scilab

Con el comando **input,** cuando el interpretador ejecuta una línea se detiene la ejecución mientras espera que la persona escriba en el teclado el valor de entrada y presione la tecla **ENTER**. Permitiendo crear códigos iterativos.



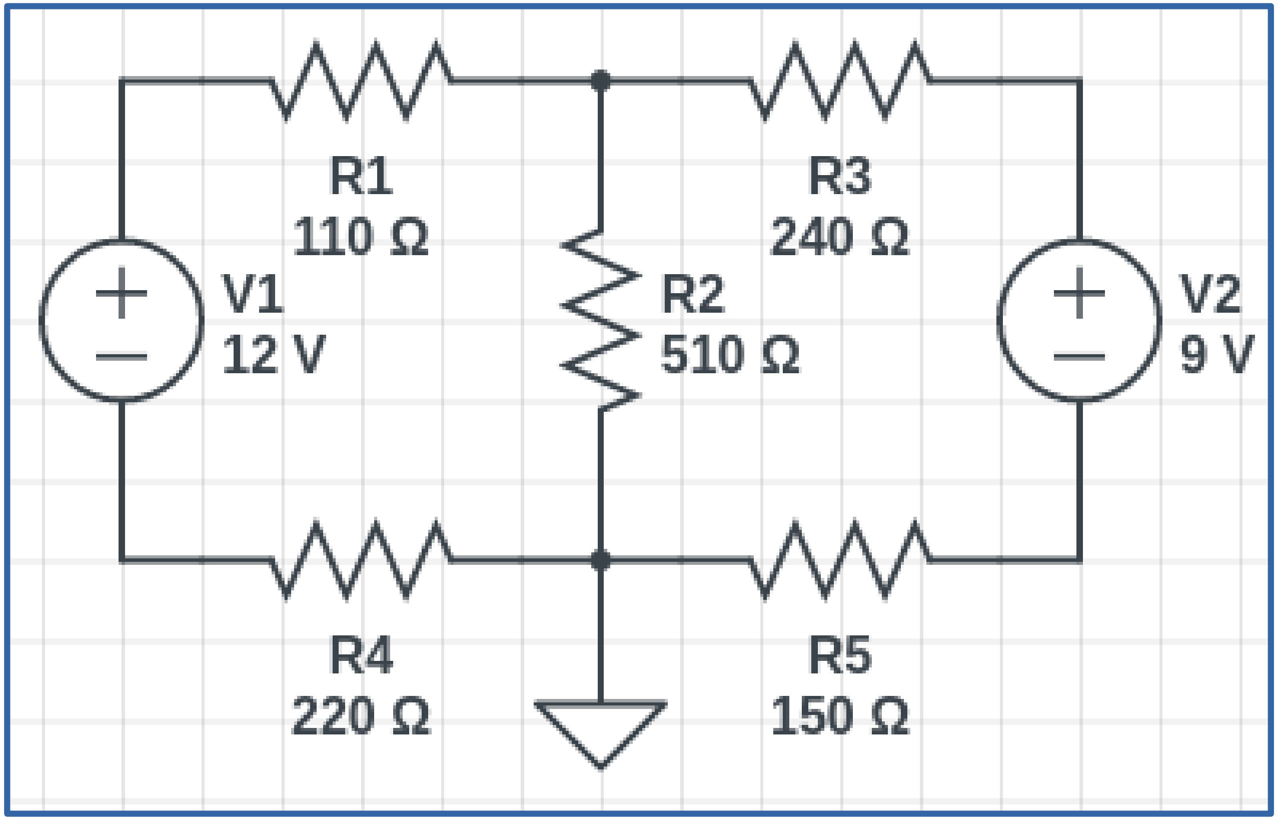
3.2.3 – Circuito de práctica A

Con la herramienta descrita en las láminas anteriores, genere un script que utilice el método de Kramer para encontrar el valor de cada corriente en el siguiente circuito aplicando MALLAS.



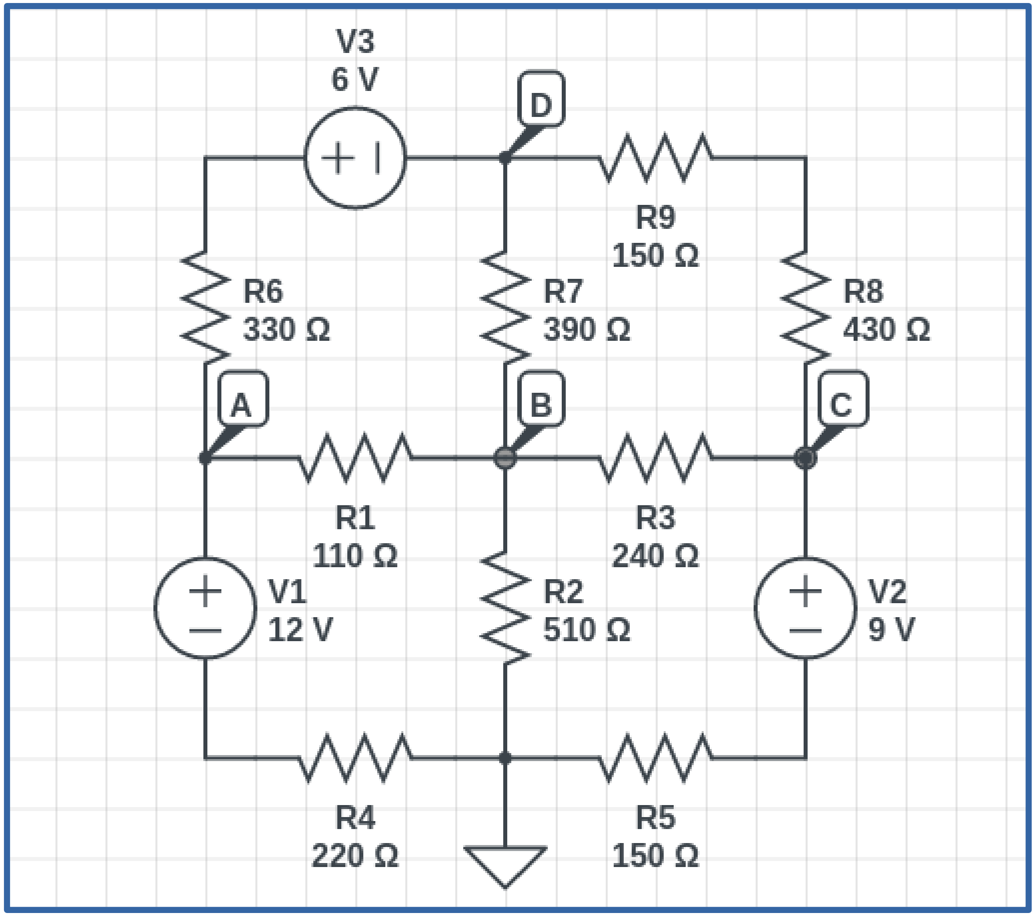
3.2.3 – Circuito de práctica B

Repita la solución para el mismo circuito con un script iterativo donde el usuario inserte de forma manual los valores de las resistencias, utilice apropiadamente el comando **input**.



3.2.3 – Circuito de práctica C

Aplicando el método de nodos, encuentre el valor de la caída de tensión, corriente y potencia en cada resistencia del siguiente circuito. Adapte el script con Cramer para las dimensiones requeridas para la solución (es más grande que 2x2)



Ing. Bienvenido Víctor Machado